

全品



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品高考

第二轮专题

AI智慧
教辅

北京
专版

???

解一元二次不等式实际上是求出对应的一元二次方程的实数根（如果有实数根）再结合对应的函数的图像确定其大于零或者小于零的区间在高考中参数的不等式中还常常根据参数的不同取值确定方程根的大小以及函数图像的开口方向，从而确定不等式的解集

使 $f(x) > 0$ 的区间为单调递增区间；使 $f(x) < 0$ 的区间为单调递减区间

$f'(x_0) = 0$ ，且 $f''(x_0) > 0$ 附近左负（正）右正（负），则 x_0 为极小（大）值点

常用逻辑用语：原命题与逆命题、否命题与逆否命题互逆
原命题与逆命题、否命题与逆否命题互否
原命题与逆否命题、否命题与逆命题互为逆否，互为逆否的命题等价

偶函数在定义域内关于坐标原点对称的区间上
具有相反的单调性、奇函数在定义域内关于坐标原点对称的区间上具有相同的单调性

$y = f(x)$ 的图像平移
 ϕ 得 $y = f(x + \phi)$ 的图像
 $\phi > 0$ 向左， $\phi < 0$ 向右

$y = f(x)$ 的图像平移 k 得 $y = f(x + k)$ 的图像， $k > 0$ 向上， $k < 0$ 向下

二元一次不等式 $Ax + By + C > 0$ 的解集是
平面直角坐标系中表示直线 $Ax + By + C = 0$ 某一侧所有点组成的平面区域
二元一次不等式组的解集是指各个不等式所表示的平面区域的公共部分

把 $y = f(x)$ 图像各点的
纵坐标变为原来的 $1/\lambda$ 得
得 $y = \lambda f(x)$ 的图像

数学
作业手册

主编 肖德好

$y = f(x)$ 图像关于点 (a, b)
对称的图像的解析式是
 $y = 2b - f(a - x)$

本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。



延边教育出版社

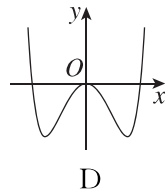
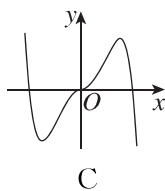
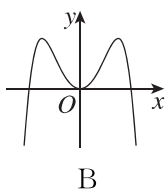
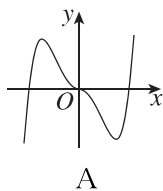
CONTENTS



限时集训（一）	微专题 1 函数的图象与性质	091
提能特训（一）	几类常考函数的综合问题	093
限时集训（二）	微专题 2 导数的基本应用	095
限时集训（三）	微专题 3 导数与零点	097
提能特训（二）	隐零点问题	099
限时集训（四）	微专题 4 导数中的恒成立、存在性问题	100
限时集训（五）	微专题 5 构造函数证明不等式	102
限时集训（六）	微专题 6 三角函数的图象与性质、三角恒等变换	104
限时集训（七）	微专题 7 解三角形	107
提能特训（三）	解多三角形问题	110
限时集训（八）	微专题 8 平面向量	112
限时集训（九）	微专题 9 等差数列、等比数列	114
限时集训（十）	微专题 10 数列综合问题	116
限时集训（十一）	微专题 11 数列创新问题	118
限时集训（十二）	微专题 12 空间几何体	120
限时集训（十三）	微专题 13 立体几何综合	123
限时集训（十四）	微专题 14 直线与圆	126
限时集训（十五）	微专题 15 圆锥曲线的标准方程与几何性质	128
限时集训（十六）	微专题 16 圆锥曲线的热点问题（一）斜率、长度、面积问题	130
限时集训（十七）	微专题 17 圆锥曲线的热点问题（二）最值范围、共点、共线问题	133
限时集训（十八）	微专题 18 圆锥曲线的热点问题（三）定点、定值问题	135
限时集训（十九）	微专题 19 计数原理	137
限时集训（二十）	微专题 20 随机变量及其分布	139
提能特训（四）	统计概率推断、预测问题	142

基础过关

1. [2024·朝阳二模] 下列函数中,既是奇函数又在其定义域上单调递增的是 ()
 A. $f(x)=\sin x$ B. $f(x)=\cos x$
 C. $f(x)=\sqrt{x}$ D. $f(x)=x^3$
2. 关于函数 $f(x)=\log_2\left(2x-\frac{1}{2}\right)$ 的单调性的说法正确的是 ()
 A. 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数 B. 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数
 C. 在 $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$ 上是增函数 D. 在 $\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$ 上是减函数
3. [2025·海淀一模] 已知四个数 $a=\frac{\lg 2+\lg 5}{2}$, $b=\sqrt{\lg 2 \cdot \lg 5}$, $c=\lg 2$, $d=\lg 5$, 其中最小的是 ()
 A. a B. b
 C. c D. d
4. [2025·北京十一学校测试] 已知 $f(x)=\ln \frac{x-b}{1-x}$, $b \in \mathbf{R}$, 则“ $b=-1$ ”是“ $f(x)$ 是奇函数”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. [2024·西城一模] 德国心理学家艾宾浩斯研究发现,人类大脑对事物的遗忘是有规律的,他依据实验数据绘制出“遗忘曲线”.“遗忘曲线”中记忆率 y 随时间 t (小时)变化的趋势可由函数 $y=1-0.6t^{0.27}$ 近似描述,则记忆率为 50% 时经过的时间约为(参考数据: $\lg 2 \approx 0.30$, $\lg 3 \approx 0.48$) ()
 A. 2 小时 B. 0.8 小时
 C. 0.5 小时 D. 0.2 小时
6. [2025·北师大实验中学测试] 函数 $f(x)=(e^x-e^{-x}) \cdot \sin x - x^2$ 在区间 $[-2.8, 2.8]$ 上的大致图象为 ()



7. [2025·北京清华附中测试] 已知 $|\ln 20 - \ln k| < \ln 3$, $k \in \mathbf{N}^*$, 则符合条件的 k 的个数为 ()
 A. 51 B. 52 C. 53 D. 54

8. [2025·朝阳二模] 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}} + \log_3 x$ 的定义域为_____.

9. [2025·通州一模] 设 $a > 0$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & 0 \leq x < a, \\ \sqrt{x^2 - a^2}, & x \geq a. \end{cases}$ 若 $y = f(x)$ 为单调函数, 则 a 的一个取值为_____; 若 $g(x) = f(x) - x + a$ 有三个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

10. [2024·东城二模] 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1, \\ x^2, & |x| \geq 1, \end{cases}$ 则 $f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right] =$ _____, 不等式 $f(x) < f(2x)$ 的解集是_____.

能力提升

11. 已知 $10^a = 2, 10^b = 5$, 则下列选项不成立的是 ()

A. $ab < \frac{1}{4}$

B. $b > 2a$

C. $a^2 + b^2 > \frac{1}{2}$

D. $10^{\frac{b}{a}} = \frac{5}{2}$

12. [2024·海淀二模] 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 对于函数 $f(x)$ 图象上一点 (x_0, y_0) , 若集合 $\{k \in \mathbf{R} \mid k(x - x_0) + y_0 \leq f(x), \forall x \in D\}$ 只有 1 个元素, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 P_{x_0} . 下列函数中具有性质 P_1 的是 ()

A. $f(x) = |x - 1|$

B. $f(x) = \lg x$

C. $f(x) = x^3$

D. $f(x) = -\sin \frac{\pi}{2}x$

13. 若函数 $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq m, \\ x^2 - 2mx + 4m, & x > m \end{cases}$ 存在最小值, 则 m 的最大值为_____.

14. 已知函数 $f(x) = 2^{\lceil \sin x \rceil} + 3^{\lceil \cos x \rceil}$, 其中 $\lceil x \rceil$ 表示不超过 x 的最大整数. 例如: $\lceil 1 \rceil = 1, \lceil 0.5 \rceil = 0, \lceil -0.5 \rceil = -1$, 给出以下四个结论:

① $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{4}{3}$;

② 集合 $\{y \in \mathbf{R} \mid y = f(x), x \in \mathbf{R}\}$ 的元素个数为 9;

③ 存在 $a \in \mathbf{R}$, 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(a - x) = f(a + x)$;

④ 若 $f(x) > x + a$ 对任意 $x \in [0, 2\pi]$ 都成立, 则实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty, \frac{3}{2} - 2\pi\right]$.

其中所有正确结论的序号是_____.

基础过关

- [2025·北京人大附中测试] 为了得到 $y=\log_9(x-3)$ 的图象,只需把 $y=\log_3 x$ 图象上所有点 ()

A. 纵坐标变成原来的 2 倍,再向右平移 3 个单位长度

B. 纵坐标变成原来的 2 倍,再向左平移 3 个单位长度

C. 纵坐标变成原来的 $\frac{1}{2}$,再向右平移 3 个单位长度

D. 纵坐标变成原来的 $\frac{1}{2}$,再向左平移 3 个单位长度
- [2024·朝阳二模] 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\leq 1, \\ 2^x-a, & x>1 \end{cases}$ 存在最小值,则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$

C. $[1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$
- [2025·北师大二附中测试] 已知 $f(x)$ 为偶函数,且在 $[0, +\infty)$ 上单调递减,若 $f(\lg x) > f(1)$,则 x 的取值范围是 ()

A. $(\frac{1}{10}, 10)$ B. $(0, \frac{1}{10}) \cup (10, +\infty)$

C. $(\frac{1}{10}, 1)$ D. $(0, 1) \cup (10, +\infty)$
- [2024·东城二模] 已知函数 $f(x)=|x-1|e^x$ 的图象与直线 $y=1$ 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点,则 $|x_1-x_2|$ 所在的区间为 ()

A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$

C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$
- [2025·北京清华附中测试] 已知函数 $f(x)=3^x-2^x$, 则 ()

A. 函数 $f(x)$ 没有零点

B. 函数 $f(x)$ 有最小值

C. $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增

D. 存在 $M \in \mathbf{R}$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) \leq M$
- [2025·丰台一模] 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x+1}, & x>0, \\ x+a, & x\leq 0. \end{cases}$ 当 $a=0$ 时, $f(0)=$ _____; 若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,则实数 a 的取值范围是_____.

7. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x-2)$, 且 $f(x)=\begin{cases} 2\cos\frac{\pi x}{2}, & -1 < x \leq 1, \\ 1-|x-2|, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$ 则函数 $f(x)$ 的最大值为 _____; 方程 $2f(x)=x$ 的实数解的个数为 _____.

8. [2024·延庆一模] 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2ax, & x < 1, \\ \frac{a\ln x}{x}, & x \geq 1. \end{cases}$ 给出下列四个结论:

- ①存在实数 a , 使得函数 $f(x)$ 的最小值为 0;
 ②存在实数 $a < 0$, 使得函数 $f(x)$ 的最小值为 -1;
 ③存在实数 a , 使得函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点;
 ④存在实数 a , 使得函数 $f(x)$ 恰有 4 个零点.

其中所有正确结论的序号是 _____.

能力提升

9. [2025·北京十一学校测试] 已知函数 $f(x)=\begin{cases} |\ln x|, & x > 0, \\ e^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-|x-k|$ 恰有 2 个零点, 则实数 k 的取值范围是 _____ ()

- A. $[-1, e)$ B. $(-\infty, -1] \cup [e, +\infty)$
 C. $(-1, 1]$ D. $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$

10. [2025·北京人大附中测试] 已知 $f(x)=\begin{cases} (1-2a)x+5a, & x < 1, \\ \log_7 x, & x \geq 1 \end{cases}$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 那么实数 a 的取值范围是 _____ ()

- A. $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ B. $(-\infty, \frac{1}{2})$
 C. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

11. [2025·北京四中测试] 已知函数 $f(x)=\ln[x^2]$, 其中 $[a]$ 表示不大于实数 a 的最大整数. 给出下列四个结论:

- (1) $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$;
 (2) 不等式 $0 \leq f(x) \leq \ln x^2$ 恒成立;
 (3) 存在 $n \in \mathbf{N}^*$, 使得关于 x 的方程 $f(x)=n$ 有解;
 (4) 存在 $t \in \mathbf{R}$, 使得当 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $f(x_1)=f(x_2)=t$ 时, 都有 $|x_1-x_2| < \frac{1}{2025}$.

其中所有正确结论的序号是 _____.

基础过关

1. [2025·北京清华附中测试] 已知函数 $f(x)=(1-ax)e^x-a(1-x)$.

- (1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2)当 $a=1$ 时,求不等式 $f(x)>0$ 的解集;
- (3)若不等式 $f(x)>0$ 无整数解,求实数 a 的取值范围.

2. [2024·东城一模] 已知函数 $f(x)=x\ln(x-1)$.

- (1)求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线方程;
- (2)设 $g(x)=f'(x)$,求函数 $g(x)$ 的最小值;
- (3)若 $\frac{f(x)}{x-a}>2$,求实数 a 的值.

3. [2025 · 北京人大附中测试] 已知 $f(x) = \frac{\sqrt{x} + a}{2x + 1} (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值点和极值;

(2) 当 $a \in \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[1, 4]$ 上的最小值;

(3) 若不等式 $f(x) \geq \frac{1}{4}$ 的解集非空, 求 a 的取值范围.

4. [2025 · 西城一模] 已知函数 $f(x) = (x + a)e^{ax}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线的斜率为 2, 求 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最大值和最小值分别为 $M(a), N(a)$, 求使得不等式 $M(a) \cdot N(a) \geq (2a - 1)e^a + e^2$ 恒成立的 a 的最小值.



基础过关

1. [2025·朝阳六校联合测试] 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{e^x} - mx - 1$.

- (1) 当 $m=0$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 当 $m=-2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (3) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在零点, 求实数 m 的取值范围.

2. [2024·朝阳二模] 已知函数 $f(x) = ax - \ln(1-x) (a \in \mathbf{R})$.

- (1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
- (2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 a 的值;
- (3) 若 $f(x)$ 有两个不同的零点 x_1, x_2 , 且 $|x_2 - x_1| > e - 1$, 求 a 的取值范围.

能力提升

3. [2025·首都师大附中测试] 已知函数 $f(x)=(x-2)e^x$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程.

(2)设函数 $g(x)=f(x)-2ax^2+4ax (a>0)$.

(i)若 $g(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值,求 $g(x)$ 的单调区间;

(ii)若 $g(x)$ 恰有三个零点,求 a 的取值范围.

4. [2025·东城二模] 设函数 $f(x)=(x^2+ax)\ln x$, 其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)当 $a>0$ 时,求 $f(x)$ 的零点.

(2)当 $a=-1$ 时,证明:

(i)1 为 $f(x)$ 的极小值点;

(ii)对于任意 $m\in\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, 存在 $n\in(1, 2)$, 使得曲线 $y=f(x)$ 在点 $A(m, f(m))$ 处的切线斜率与在点 $B(n, f(n))$ 处的切线斜率互为相反数.

基础过关

1. [2024·东城二模] 已知函数 $f(x) = x \sin 2x + \cos 2x$.

(1) 求 $f(x)$ 的图象在点 $(-\frac{\pi}{4}, f(-\frac{\pi}{4}))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$ 上的极值点的个数.

能力提升

2. [2025·北京十一中测试] 已知函数 $f(x) = a \ln \sqrt{x} - \sin x$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$ 处的切线的斜率为 $\frac{1}{\pi}$.

(1) 求 a 的值;

(2) 求 $f(x)$ 在 $(0, 2\pi]$ 上的零点个数;

(3) 证明: $f'(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上存在两个零点 x_1, x_2 , 且 $|x_2 - x_1| > \frac{1}{4}$.